

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ**  
**ХІІІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**  
<http://astro-olymp.org>

**Областен кръг, 6 март 2010 г.**

**Ученици от 7-8 клас – решения**

**1 задача.** Часовата разлика между канадския град Ванкувър и японската столица Токио е 17 часа. На 17 февруари японски скиор тръгва със самолет в 00 h 10 m от Токио и пътува до Ванкувър. Полетът трае 8 часа.

- В колко часа и на коя дата той ще пристигне във Ванкувър?
- Спортистът иска да спечели медал на зимните олимпийски игри и да се върне в Токио на същата дата, на която е излетял. С колко време разполага, за да се придвижи до мястото на състезанието, да участва в ски спускането, да отиде отново на летището и да вземе самолет обратно за своята страна?
- Най-късно в колко часа и на коя дата трябва да отлети от Ванкувър?
- В колко часа ще пристигне в Токио?

**Решение:**

Ванкувър се намира на западното крайбрежие на Канада. За да стигне до него самолетът, излетял от Токио, лети над Тихия океан. По пътя си той пресича линията на смяна на датите, която се намира на изток от Токио. *Тази линия е стационарна и не се променя с времето. Когато започва нова дата, от тази линия се отделя подвижна линия на смяна на датите, която се движи на запад, скокообразно, променяйки датата на всеки следващ часови пояс точно в полунощ, за централния меридиан на пояса, по местно средно слънчево време. В западна посока от моментното положение на подвижната линия до неподвижната линия на смяна на датите се намира областта от земната повърхност в която все още е предходната дата.*



Тъй като в Токио току що е настъпила новата дата, то на запад от неговия часови пояс, в това число и във Ванкувър, все още е 16 февруари. За да получим часа на пристигане трябва да извадим от момента на тръгване 17 часа и да прибавим 8 часа за полета. Получаваме, че скиорът пристига във Ванкувър в 15h 10m на 16 февруари 2010 г. В момента на пристигане на скиора във Ванкувър, в Токио е 8h 10m и остават още 15h 50m до изтичане

на денонощието. Като извадим 8h за обратен път остават 7h 50m и това е времето, с което скиорът разполага във Ванкувър и в рамките на което той трябва да се придвижи до мястото на състезанието, да участва в ски спускането, да отиде отново на летището и да вземе самолет обратно за Токио. Като добавим това време към времето на пристигане във Ванкувър, ще получим, че в 23h скиорът вече трябва да е излетял за Токио. Нека самолетът излита от Ванкувър, примерно, в 22h 59m на 16 февруари. В този момент в Токио е 17h часа по-късно, т.е. 15h 59m на 17 февруари. Самолетът пристига в Токио 8h по-късно, и следователно часът на пристигане е 23h 59m на 17 февруари.

Критерии за оценяване (10т.):

За пресмятане на часа и датата на пристигане във Ванкувър и обяснение – 3 т.

За пресмятане на времето, с което разполага скиорът във Ванкувър и обяснение – 3 т.

За определяне на часа и дата на отлитане от Ванкувър – 3 т.

За определяне на часа на пристигане в Токио – 1 т.

**2 задача.** Деклинацията на една звезда е координата върху небесната сфера, подобна на географската ширина на точките по земната повърхност. Тя представлява ъгловото разстояние от небесния екватор до звездата. Ректасцензията на звездата е подобна на географската дължина на земните точки. Тя нараства в посока от запад към изток и често вместо в градуси се измерва в часове, като на  $360^\circ$  съответстват 24 часа. Небесната сфера с координатната мрежа се върти заедно със звездите при видимото денонощно движение на звездното небе.

Астроном е насочил радиотелескоп към зенита и регистрира радиоизлъчването на звездата Сириус. В същия момент негов колега в друга обсерватория изследва радиосигналите от звездата Вега в зенита. Определете приблизително разстоянието между двете радиообсерватории. Радиусът на Земята е 6370 км. Използвайте данните от таблицата.

| Звезда | Ректасцензия | Деклинация  |
|--------|--------------|-------------|
| Сириус | 6h 40m       | $-17^\circ$ |
| Вега   | 18h 40m      | $+39^\circ$ |

**Решение:**

Тъй като ректасцензиите на двете звезди се различават с 12h, то те се намират от две противоположни, по ректасцензия, страни на небесната сфера. За една точка от земната повърхност те ще кулминират през 12h, но щом са в зенита на наблюдателите едновременно, то следователно обсерваториите се намират в точки на земната повърхност чиито географски дължини се различават с 12h (т.е.  $180^\circ$ ). За да бъде кулминацията в зенита, трябва наблюдаваният обект да има деклинация равна на географската ширина на наблюдателя. Следователно обсерваторията, от която е наблюдавана Вега, има северна географска ширина равна на  $39^\circ$ , т.е.  $\varphi = +39^\circ$ , а обсерваторията, от която е наблюдаван Сириус, има  $17^\circ$  южна географска ширина, т.е.  $\varphi = -17^\circ$ . Тъй като меридианите, на които се намират наблюдателите, са срещуположни, то най-краткото разстояние между двете обсерватории преминава през един от полюсите на Земята. Обсерваторията, от която е наблюдаван Сириус, е по-близо до екватора. Това означава, че по-краткият път е през северния полюс на Земята. Пълната обиколка на Земята е равна на  $L = 2\pi R \approx 40000\text{km}$ , където  $R$  е радиусът на Земята. На тази дължина съответстват  $360^\circ$  по географска ширина. На всеки градус съответстват  $40000 / 360^\circ \approx 111.1\text{km}/^\circ$ . Ъгловото разстояние между двете обсерватории по географска ширина,

измеренно през северния географски полюс на Земята, е  $158^\circ$ . Разстоянието, измерено по земната повърхност, е

$$s = 158^\circ \times 111.1 \text{ km}/^\circ \approx 17560 \text{ km}.$$

Критерии за оценяване (10т.):

*За правилно представяне на местоположението на обсерваториите по географска ширина – 2 т.*

*За правилно представяне и обяснение на взаимното положение на обсерваториите по дължина – 2 т.*

*За определяне откъде минава най-краткият път между тях – 2 т.*

*За пресмятане на разстоянието и верен числен отговор 3+1 т.*

**3 задача.** Най-благоприятният период за наблюдение на една външна планета е времето около нейното противостоене, когато тя е най-близо до Земята и се вижда през цялата нощ. Периодът на обикаляне на Юпитер около Слънцето е около 12 години. През цялата 2001 г. не е имало противостоене на Юпитер.

- Приблизително кога е било последното противостоене на Юпитер преди 2001 г.?
- Приблизително в кое съзвездие трябва да се е наблюдавала планетата тогава?

**Решение:**

*Противостоене може да имат само външните планети. Противостоене или опозиция на една планета се случва, когато Слънцето, Земята и планетата застанат в този ред, приблизително на една линия. Тогава за земния наблюдател планетата се намира на небесната сфера най-близо до точката, противоположна на точката, в която се намира Слънцето.*

Времето между две поредни опозиции зависи от орбиталния период на планетата и от орбиталния период на Земята. Нека разгледаме случая с Юпитер. Една година след дадено противостоене с Юпитер Земята отново ще е в същата точка на орбитата си, но Юпитер ще се е преместил на изток по своята орбита. Тъй като той прави една обиколка за около 12 години, то това преместване ще е около  $1/12$  от една обиколка, т.е. с около  $30^\circ$ . Приблизително след един месец Земята ще е срещу новото му положение, но за този един месец Юпитер ще се премести още с около  $30^\circ/12 = 2.5^\circ$  по орбитата си. След още около 3 дни Юпитер вече ще е в противостоене. Следователно между две опозиции на Юпитер изминава приблизително 1 година 1 месец и 3 дни. Тогава, ако противостоенето на Юпитер през 2000 година се е случило в периода от 28 ноември до 31 декември, то през следващата година не би трябвало да има противостоене. Следващото противостоене би трябвало да бъде някъде в периода от 1 януари до 3 февруари 2002 година, в зависимост от това точно на коя дата се е случило противостоенето през 2000 година. *И наистина, противостоенето на Юпитер през 2000 година е било на 28 ноември, а през 2002 година – на 1 януари.*

В кое съзвездие се е намирал Юпитер може да съобразим като знаем, че той е в противоположна на Слънцето точка на небесната сфера, както и като знаем в кое съзвездие се намира Слънцето тогава. В края на ноември и през декември Слънцето е последователно в съзвездията Скорпион, Змиеносец и Стрелец. Юпитер би трябвало да е в противоположните на тях съзвездия – Бик и Близнаци. *Действително, в момента на противостоенето си, на 28 ноември 2000 година, Юпитер се е наблюдавал в съзвездието Бик.*

Критерии за оценяване (10т.):

*За разбиране на това какво представлява противостоенето – 1 т.*

*За определяне на синодичния период на Юпитер – 3 т.*

*За определяне на интервала от време, когато може да е било противостоянето преди 2001 г. – 2 т.*

*За определяне на съзвездието, в което може да е бил Юпитер и обяснение – 4 т.*

**4 задача.** Една нощ шестокласничката Юлия сънува, че се разхожда сама през полето, недалеч от родния си град Варна, и изведнъж вижда ... огромен, висок черноморски баобаб! В малката хралупа на дървото под един объл камък тя намира указание за търсене на съкровище. В него пише:

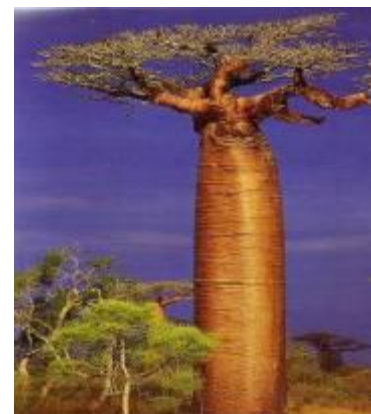
„На 20 март при изгрева на пълната Луна застанете до баобаба и с всичка сила хвърлете облия камък към Луната. Идете там, където е паднал камъкът и го приберете. Обърнете се така, че Луната да ви е отляво. Тръгнете в тази посока по права линия и без повече да гледате Луната, вървете 3 часа. Спрете до гигантската тиква и вижте къде е сега Луната. Обърнете се към нея. Тръгнете напред и вървете по права линия още 3 часа. Намерете Полярната звезда. Тръгнете по посока към нея и вървете 3 часа. Като стигнете до великанската зелка, погледнете къде е Луната. Обърнете се така, че тя да ви е отляво. Тръгнете напред и вървете още 3 часа. Спрете и се обърнете към Луната. Хвърлете към нея облия камък с всичка сила. Отидете до камъка и се огледайте за най-близкия баобаб. Съкровището е в голямата хралупа.”

- Тръгвате да търсите съкровището с Юлия. Начертайте карта на местността и нанесете гореспоменатите обекти. Отбележете на картата посоките на света и вашия маршрут.

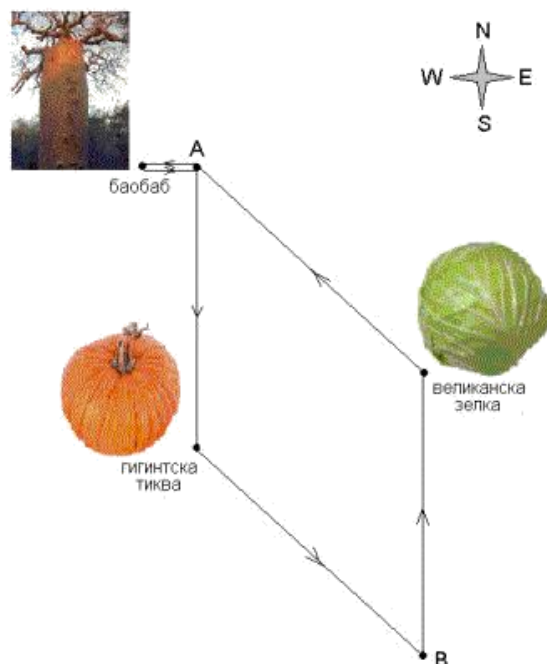
- Кое би било по-добре – първо да направите пътешествието и после да начертаете картата или първо да начертаете картата? Обосновете вашия отговор.

#### **Решение:**

Когато Луната е в пълнолуние, Земята е между Луната и Слънцето. Тогава на нашето небе ние виждаме Луната и Слънцето в две противоположни посоки. Затова Луната изгрява при залеза на Слънцето и залязва при изгрева му. Ние трябва да тръгнем при изгрева на Луната, т.е. тогава ще е и залезът на Слънцето и следователно ще е вечер. На 20 март, близо до пролетното равноденствие Слънцето залязва почти точно на запад и изгрява почти точно на изток. Ето защо тогава и Луната в пълнолуние ще изгрява приблизително на изток и ще залязва приблизително на запад. Оттук следва, че при изгрева си Луната ще бъде на изток и ние трябва да хвърлим към нея камъка, а после да стигнем в точка А, където той е паднал. В точка А се обръщаме така, че Луната да ни е отляво и тръгваме напред, което означава, че тръгваме на юг. Като стигнем до гигантската тиква ще са минали 3 часа или  $1/8$  от денонощието. Поради въртенето на Земята около оста си от запад на изток, небесните светили извършват за нас, земните наблюдатели, видимо денонощно движение от изток на запад. За  $1/8$  от денонощието Луната ще се е преместила на около  $1/8$  от пълния кръг, равен на  $360^\circ$ , или на  $45^\circ$  надясно от първоначалното си положение по небето. От гигантската тиква ние тръгваме в това направление, което е югоизток. След 3 часа спираме в точка В и се обръщаме към Полярната звезда. Както знаем, тя винаги ни показва посоката север и следователно, ще вървим на север. Като стигнем до великанската зелка вече ще са изминали  $3 \times 3 = 9$  часа и Луната ще се е преместила на югозапад. Обръщаме се така, че тя да ни е отляво. Това означава, ще тръгнем на северозапад. След още 3 часа ние ще опишем един ромб и ще се върнем в точка А. Луната 12 часа след изгрева си вече ще залязва и ще бъде на запад. Това означава, че трябва да хвърлим камъка на запад. Така, ако правилно сме вървели, окончателно се връщаме в същата точка, от която сме тръгнали – стигаме до същия баобаб. А



и да сме се отклонили малко, то едва ли ще открием наоколо друг баобаб по тези места, освен нашия. Ако имаме късмет, в голямата хралупа намираме съкровището.



Нашите разсъждения показват, че определено е по-добре първо да начертаем картата. Ако я направим правилно, ще си спестим цялото 12-часово пътешествие и направо можем да проверим в голямата хралупа на баобаба. Но кой знае, така може пък и да не намерим съкровището. Може би, за да ни възнаградят, вълшебните сили ще го оставят там само след като ни проверят в изпитанието да вървим и да се ориентираме по небето цяла нощ...

#### Критерии за оценяване (10т.):

За правилно определяне на посоката, от която изгрява Луната – 2 т.

За правилно определяне на посоката към Полярната звезда – 1 т.

За правилно определяне на посоката към Луната по време на похода и обяснение – 3 т.

За картата на маршрута с обозначени обектите и посоките на света – 2 т.

За правилен отговор на второто подусловие – 2 т.

**5 задача.** В астероидния пояс е открит извънземен космически кораб-призрак. По неизвестни причини корабът е изоставен от своя екипаж и се носи неуправляем през космическото пространство. Не е известно откъде идва, но на борда му е намерен астрономически справочник с данни за планетната система на извънземните. В таблицата по-долу са цитирани данни от справочника. За всяка от планетите е дадено минималното и максималното разстояние, на което тя може да се намира от родната планета на непознатите космонавти. Разстоянията са дадени в единици, равни на разстоянието на планетата на извънземните до тяхната звезда (тяхното слънце). Орбитите на всички планети около звездата са кръгови.

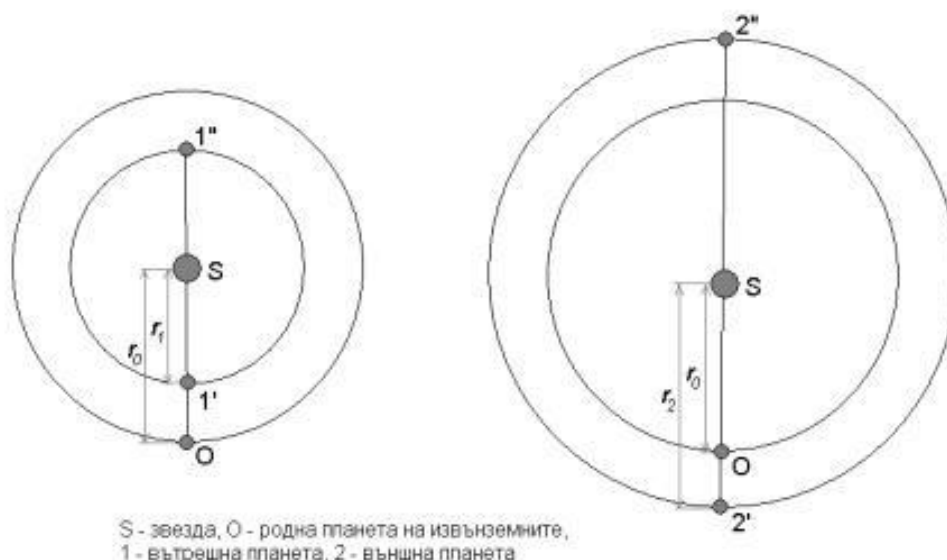
- Коя по ред на отдалечаване от звездата е планетата на извънземните?
- Какви са разстоянията на всяка от планетите до звездата?

Пояснете вашите отговори с подходяща схема.

| Означение на планетата | Мин. разстояние от родната планета | Макс. разстояние от родната планета |
|------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| A                      | 0.75                               | 1.25                                |
| B                      | 0.53                               | 1.47                                |
| C                      | 0.34                               | 1.66                                |
| D                      | 2.42                               | 4.42                                |
| E                      | 5.27                               | 7.27                                |
| F                      | 11.6                               | 13.6                                |
| G                      | 18.8                               | 20.8                                |

### Решение:

Виждаме, че в планетната система на извънземните космонавти освен родната им планета има още 7 други. Някои от планетите може би са по-близо до тяхната звезда, отколкото родната планета, а други – по-далеч. В първия случай планетите се наричат вътрешни, а във втория – външни.



Да отбележим разстоянието до централната звезда на родната планета на извънземните с  $r_0$ , а разстоянията до звездата на една вътрешна и една външна планета съответно с  $r_1$  и  $r_2$ . От схемата се вижда, че ако планетата е вътрешна, то тя се намира на минимално разстояние от родната планета на извънземните, когато е в точка 1' по своята орбита, а на максимално разстояние, когато е в точка 1''. Виждаме, че максималното разстояние на такава планета до планетата на извънземните е по-голямо от минималното разстояние с  $2r_1$  – т.е. с удвоеното разстояние на вътрешната планета до звездата.

Съответно една външната планета се намира на минимално разстояние от планетата на извънземните, когато е в точка 2', а на максимално разстояние, когато е в точка 2''. Тук виждаме, че максималното разстояние на такава планета до планетата на извънземните е по-голямо от минималното разстояние с  $2r_0$ , или с удвоеното разстояние на планетата на извънземните до звездата. От таблицата виждаме, че от планетата D нататък разликите между максимално и минималното разстояние са еднакви и равни на 2. В условието е казано, че разстоянията са дадени в единици, равни на разстоянието от родната планета на извънземните до тяхната звезда. Оттук можем да заключим, че родната планета на

неизвестните космонавти е четвърта по ред на отдалечаване от звездата, или че тя се намира между планетите С и D.

Да означим максималното разстояние от планетата на извънземните до някоя друга планета с  $r_{\max}$ . От схемите се вижда, че за вътрешна планета максималното разстояние до планетата на извънземните е в сила равенството:

$$r_{\max} = r_0 + r_1$$

За външна планета:

$$r_{\max} = r_0 + r_2$$

Тъй като  $r_0 = 1$ , то разстоянието на всяка от планетите до звездата ще получим, като от максималното разстояние за тази планета до планетата на извънземните извадим единица:

- За планетата А:  $1.25 - 1 = 0.25$
- За планетата В:  $1.47 - 1 = 0.47$
- За планетата С:  $1.66 - 1 = 0.66$
- За планетата D:  $4.42 - 1 = 3.42$
- За планетата Е:  $7.27 - 1 = 6.27$
- За планетата F:  $13.6 - 1 = 12.6$
- За планетата G:  $20.8 - 1 = 19.8$

Критерии за оценяване (10т.):

*За правилно обяснение и представяне чрез схема на случаите, когато разстоянието от дадена планета до планетата на извънземните е минимално / максимално – 3 т.*

*За определяне коя по ред е планетата на извънземните и обосновка - 3 т.*

*За определяне на разстоянията до вътрешните планети – 2 т.*

*За определяне на разстоянията до външните планети – 2 т.*

**Справочни данни:**

|                                  |                 |
|----------------------------------|-----------------|
| Радиус на Земята                 | 6370 км         |
| Радиус на Луната                 | 1740 км         |
| Разстояние от Земята до Луната   | 384 000 км      |
| Радиус на Юпитер                 | 71 000 км       |
| Разстояние от Юпитер до Слънцето | 5.2 AU          |
| Орбитален период на Юпитер       | 11.86 години.   |
| Разстояние от Земята до Слънцето | 150 000 000 км. |